

СОРОК ВОСЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

8 – 9 классы, сложный вариант, 18 октября 2026 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы задачи

- 5 1. Две концентрические окружности образуют кольцо ширины 1 см. Может ли оказаться, что из него можно вырезать прямоугольник площади не менее 1000 см^2 ?

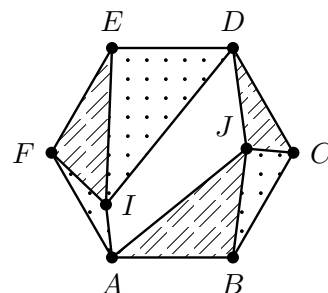
Дмитрий Мухин

- 6 2. Существует ли такое целое число $a > 1$, что некоторый прямоугольник нельзя разрезать на полоски размером $1 \times a$, но можно разрезать на полоски размером $1 \times (a-1)$ и $1 \times (a+1)$ так, что тех и других полосок в этом разрезании будет поровну?

Александр Грибалко

- 6 3. Внутри правильного шестиугольника $ABCDEF$ взяты точки I и J так, что образовался выпуклый четырёхугольник $AIDJ$. Области вне этого четырёхугольника разбиты на треугольники, три из них заштрихованы линиями, а три других — точками (см. рисунок). Докажите, что сумма площадей первых трёх треугольников равна сумме площадей других трёх треугольников.

Мехрин Мустафазаде, Джамал Касымов



- 7 4. Существуют ли 100 различных натуральных чисел, и сумма, и произведение которых являются 100-ми степенями натуральных чисел?

Александр Грибалко

- 8 5. Двум мудрецам предстоит испытание. Имеется много красных, жёлтых и зелёных шапок. Мудрецам наденут на голову по шапке, каждый увидит шапку другого, но свою увидеть не может. В полдень их приведут в две изолированные комнаты, в каждой есть часы и красная, жёлтая и зелёная кнопки. Каждый мудрец нажимает кнопки по одной, суммарно на двоих должно быть сделано не более двух нажатий в течение часа. Если при этом хотя бы один мудрец нажмёт кнопку цвета своей шапки, испытание сразу завершится победой обоих. В противном случае через час обоим засчитывается поражение. Могут ли мудрецы заранее договориться так, чтобы гарантированно пройти испытание?

Иван Митрофанов

- 9 6. Плоский остров имеет форму круга. Время от времени к острову причаливает пиратский корабль, пираты разбредаются по острову и отдыхают, а капитан, узнав, где кто будет отдыхать, выбирает место для штаба. Потом все они уплывают, приплывает другой корабль и т.д. Докажите, что независимо от того, сколько на каком корабле пиратов и как они расположатся на острове, капитаны могут, заранее договорившись, выбирать места для своих штабов так, что в итоге среднее расстояние от штаба до пиратов будет одним и тем же для всех кораблей.

Антон Петрунин

- 9 7. В ряд через равные промежутки выложены 333 одинаковые на вид монеты. Три из них фальшивые — они весят одинаково и легче настоящих (которые тоже весят одинаково), при этом одна из фальшивых монет находится на одинаковом расстоянии от двух других фальшивых. Зная эту информацию, барон Мюнхгаузен положил на пустые чашечные весы несколько монет (поровну на обе чаши). Могло ли оказаться, что по результату одного такого взвешивания Мюнхгаузен однозначно определил все фальшивые монеты?

Александр Грибалко

СОРОК ВОСЬМОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, сложный вариант, 18 октября 2026 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы задачи

- | | | | |
|----|----|--|--|
| 4 | 1. | Две концентрические окружности образуют кольцо ширины 1 см. Может ли оказаться, что из него можно вырезать прямоугольник площади не менее 1000 см^2 ? | <i>Дмитрий Мухин</i> |
| 6 | 2. | У Ивана есть доска размером $n \times 2n$ клеток, а у Пети — полоска размером $1 \times k$ клеток (размер клетки — 1×1). Петя разрезал свою полоску на несколько клетчатых частей, в каждой не более $2n$ клеток. При каком наибольшем k Иван всегда может расположить эти части на своей доске по клеткам без наложений? | <i>Ivan Chan Kai Chin</i> |
| 7 | 3. | Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$ с равными диагоналями. На сторонах AB и CD как на основаниях построены во внешнюю сторону подобные равнобедренные треугольники ABP и CDQ , а на сторонах AD и BC — подобные равнобедренные треугольники ADR и BCS . Найдите угол между прямыми PQ и RS . | <i>Алексей Заславский</i> |
| 7 | 4. | Дан набор из $2n+k$ карточек, на каждой написано натуральное число. Известно, что сумма чисел на любых $n+k$ карточках делится на сумму чисел на n оставшихся карточках. Найдите максимальное возможное значение n в зависимости от k . | <i>Константин Филиппов</i> |
| 10 | 5. | При каких n все стороны и диагонали правильного n -угольника можно покрасить в несколько цветов так, чтобы в каждый цвет было покрашено ровно три отрезка, причём отрезки одного цвета всегда образовывали бы равнобедренный треугольник? | <i>Александр Грибалко</i> |
| 12 | 6. | В океане расположен плоский остров. Когда к нему причаливает пиратский корабль, пираты разбредаются по острову и отдыхают. В руки коллекционера попало несколько одинаковых карт этого острова с разных кораблей, на каждой было отмечено место отдыха каждого пирата этого корабля. Коллекционер решил отметить на картах пиратский «штаб», свой для каждой карты, так, чтобы среднее расстояние от штаба до пиратов было одним и тем же для всех карт. Докажите, что это удастся сделать, независимо от того, сколько на каком корабле было пиратов и как они расположились на острове. Считайте, что расстояние между двумя точками измеряется длиной кратчайшего пути по острову и для любых двух точек острова такой путь существует. | <i>Антон Петрунин</i> |
| 14 | 7. | Существуют ли 100 различных натуральных чисел, и сумма, и произведение которых являются 60-ми степенями натуральных чисел? | <i>Илья Богданов, Александр Грибалко</i> |