

СОРОК ШЕСТОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 6 октября 2024 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы задачи

1. Дан описанный пятиугольник $ABCDE$. Центр его вписанной окружности лежит на диагонали AC . Докажите, что

4

$$AB + BC > CD + DE + EA.$$

Егор Бакаев

2. В ряд лежат 100 камней: чёрный, белый, чёрный, белый, ..., чёрный, белый. Одной операцией либо выбирают два чёрных камня, между которыми лежат только белые камни, и перекрашивают все эти белые камни в чёрный цвет, либо выбирают два белых камня, между которыми лежат только чёрные камни, и перекрашивают все эти чёрные камни в белый цвет. Можно ли за несколько таких операций получить ряд, в котором идут сначала 50 чёрных камней, а потом 50 белых?

4

Егор Бакаев

3. Натуральное число M представили в виде произведения простых сомножителей. Затем каждый из них увеличили на 1, и произведение стало равно N . Оказалось, что N делится на M . Докажите, что если теперь разложить N на простые множители и каждый из них увеличить на 1, то полученное произведение будет делиться на N .

4

Александр Грибалко

4. Мама и сын играют. Сначала сын режет головку сыра 300 г на 4 куска. Затем мама распределяет 280 г масла на 2 тарелки. Наконец, сын раскладывает куски сыра на те же тарелки. Он выигрывает, если на каждой тарелке сыра будет не меньше, чем масла (иначе выигрывает мама). Кто из них может победить, как бы ни действовал другой?

5

Александр Шаповалов

5. Набор состоит из одинаковых трёхклеточных уголков, у которых центральные клетки испачканы краской. Прямоугольную доску покрыли в один слой уголками, не выходящими за пределы доски, а затем убрали уголки. Испачканные клетки оставили на доске следы. Всегда ли по этим следам можно узнать, как именно лежали уголки?

5

Александр Грибалко

СОРОК ШЕСТОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 6 октября 2024 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы задачи

- 3 1. В ряд лежат 100 камней: чёрный, белый, чёрный, белый, ..., чёрный, белый. Одной операцией либо выбирают два чёрных камня, между которыми лежат только белые камни, и перекрашивают все эти белые камни в чёрный цвет, либо выбирают два белых камня, между которыми лежат только чёрные камни, и перекрашивают все эти чёрные камни в белый цвет. Можно ли за несколько таких операций получить ряд, в котором идут сначала 50 чёрных камней, а потом 50 белых?

Егор Бакаев

- 4 2. У двух многочленов с вещественными коэффициентами старшие коэффициенты равны 1. У каждого многочлена степень нечётна и равна числу его различных вещественных корней. Произведение значений первого многочлена в корнях второго равно 2024. Найдите произведение значений второго многочлена в корнях первого.

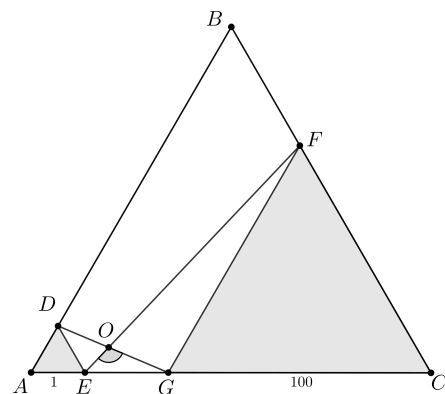
Сергей Янжинов

- 5 3. В ряд записаны 5 натуральных чисел. Каждое из них, кроме первого, — наименьшее натуральное число, на которое не делится предыдущее. Могут ли все пять чисел быть различными?

Борис Френкин

- 5 4. В равностороннем треугольнике ABC проведены отрезки ED и GF , так что образовались два равносторонних треугольника ADE и GFC со сторонами 1 и 100 (точки E и G лежат на стороне AC). Отрезки EF и DG пересекаются в точке O , причём угол EOG равен 120° . Чему равна сторона треугольника ABC ?

Михаил Еёдокимов



- 5 5. Имеются чашечные весы без гирь и две кучи камней неизвестных масс, по 10 камней в каждой куче. Разрешается проводить сколько угодно взвешиваний, но на каждую чашу помещается не более 9 камней. Всегда ли можно узнать, какая из куч тяжелее, или установить равенство их масс?

Сергей Дориченко