

## СОРОК ВТОРОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 11 октября 2020 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

---

баллы задачи

- 3 1. На окружности отмечено 100 точек. Может ли при этом оказаться ровно 1000 прямоугольных треугольников, все вершины которых — отмеченные точки?

*Сергей Дворянинов*

- 2 2. Группа из восьми теннисистов раз в год разыгрывала кубок по олимпийской системе (игроки по жребию делятся на 4 пары; выигравшие делятся по жребию на две пары, играющие в полуфинале; их победители играют финальную партию). Через несколько лет оказалось, что каждый с каждым сыграл ровно один раз. Докажите, что
- 3 а) каждый побывал в полуфинале более одного раза;  
б) каждый побывал в финале.

*Борис Френкин*

- 5 3. В куче  $n$  камней, играют двое. За ход можно взять из кучи количество камней, либо равное простому делителю текущего числа камней в куче, либо равное 1. Выигрывает взявший последний камень. При каких  $n$  начинающий может играть так, чтобы всегда выигрывать, как бы ни играл его соперник?

*Фёдор Ивлёв*

- 5 4. Дан равносторонний треугольник со стороной  $d$  и точка  $P$ , расстояния от которой до вершин треугольника равны положительным числам  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Докажите, что найдётся равносторонний треугольник со стороной  $a$  и точка  $Q$ , расстояния от которой до вершин этого треугольника равны  $b$ ,  $c$  и  $d$ .

*Александр Эвнин*

- 5 5. Директор зоопарка приобрёл восемь слонов с номерами 1, 2, ..., 8. Какие у них были массы, он забыл, но запомнил, что масса каждого слона, начиная с третьего, равнялась сумме масс двух предыдущих. Вдруг до директора дошёл слух, что один слон похудел. Как ему за два взвешивания на чашечных весах без гирь найти этого слона или убедиться, что это всего лишь слух? (Ему известно, что ни один слон не потолстел, а похудеть мог максимум один.)

*Александр Грибалко*

## СОРОК ВТОРОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 11 октября 2020 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

---

баллы задачи

- 3      1. Каждый из квадратных трёхчленов  $P(x)$ ,  $Q(x)$  и  $P(x) + Q(x)$  с действительными коэффициентами имеет кратный корень. Обязательно ли все эти корни совпадают?

*Борис Френкин*

- 4      2. На прямой отметили точки  $X_1, \dots, X_{10}$  (именно в таком порядке) и построили на отрезках  $X_1X_2, X_2X_3, \dots, X_9X_{10}$  как на основаниях равнобедренные треугольники с углом  $\alpha$  при вершинах. Оказалось, что все эти вершины лежат на полуокружности с диаметром  $X_1X_{10}$ . Найдите  $\alpha$ .

*Егор Бакаев*

- 5      3. Натуральное число  $N$  кратно 2020. В его десятичной записи все цифры различны, причём если любые две из них поменять местами, получится число, не кратное 2020. При каком количестве цифр в десятичной записи числа  $N$  такое возможно?

*Сергей Токарев*

- 5      4. Стороны треугольника разделены основаниями биссектрис на два отрезка каждая. Обязательно ли из шести образовавшихся отрезков можно составить два треугольника?

*Лев Емельянов*

- 3      5. По кругу лежит 101 монета, каждая весит 10 г или 11 г. Докажите, что найдётся монета, для которой суммарная масса  $k$  монет слева от неё равна суммарной массе  $k$  монет справа от неё, если

3      а)  $k = 50$ ;

3      б)  $k = 49$ .

*Александр Грибалко*