СОРОКОВОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

8 – 9 классы, базовый вариант, 7 октября 2018 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты; баллы за пункты одной задачи суммируются.)

баллы	задачи
4	1. Окружность, проходящая через вершину B прямого угла и середину гипотенузы прямоугольного треугольника ABC, пересекает катеты этого треугольника в точках M и N. Оказалось, что $AC = 2MN$. Докажите, что M и N — середины катетов треугольника ABC. *Михаил Евдокимов*
4	2. Найдите все натуральные n, удовлетворяющие условию: числа $1, 2, 3, \ldots, 2n$ можно разбить на пары так, что если сложить числа в каждой паре и результаты перемножить, получится квадрат натурального числа. *Фольклор*
	3. Клетчатый прямоугольник размера 7×14 разрезали по линиям сетки на квадраты 2×2 и уголки из трёх клеток. Могло ли квадратов получиться
1	а) столько же, сколько уголков;
3	б) больше, чем уголков? *Михаил Евдокимов*
5	4. У Насти есть пять одинаковых с виду монет, среди которых три настоящие — весят одинаково — и две фальшивые: одна тяжелее настоящей, а вторая на столько же легче настоящей. Эксперт по просьбе Насти сделает на двухчашечных весах без гирь три взвешивания, которые она укажет, после чего сообщит Насте результаты. Может ли Настя выбрать взвешивания так, чтобы по их результатам гарантированно определить обе фальшивые монеты и указать, какая из них более тяжёлая, а какая более лёгкая? *Рустэм Женодаров*
5	5. Назовём девятизначное число *красивым*, если все его цифры различны. Докажите, что существует по крайней мере 1000 красивых чисел, каждое из которых делится на 37. *Михаил Евдокимов*

СОРОКОВОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

Осенний тур,

10 – 11 классы, базовый вариант, 7 октября 2018 г.

(Итог подводится по трём задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

баллы	задачи
3	1. Можно ли внутри правильного пятиугольника разместить отрезок, который из всех вершин виден под одним и тем же углом? (Углом, под которым виден из точки A отрезок XY, называется угол XAY.) *Егор Бакаев, Сергей Дворянинов*
4	2. Найдите все натуральные n, удовлетворяющие условию: числа $1, 2, 3, \ldots, 2n$ можно разбить на пары так, что если сложить числа в каждой паре и результаты перемножить, получится квадрат натурального числа. *Фольклор*
5	3. В параллелограмме $ABCD$ угол A острый. На стороне AB отмечена такая точка N, что $CN = AB$. Оказалось, что описанная окружность треугольника CBN касается прямой AD. Докажите, что она касается её в точке D. *Михаил Евдокимов*
5	4. Назовём девятизначное число *красивым*, если все его цифры различны. Докажите, что существует по крайней мере 2018 красивых чисел, каждое из которых делится на 37. *Михаил Евдокимов*
5	5. Петя расставляет 500 королей на клетках доски 100×50 так, чтобы они не били друг друга. А Вася — 500 королей на белых клетках (в шахматной раскраске) доски 100×100 так, чтобы они не били друг друга. У кого больше способов это сделать? *Егор Бакаев*