

## СОРОК ВТОРОЙ ТУРНИР ГОРОДОВ

11 класс, устный тур, 25 апреля 2021 г.

---

1. Каждая из функций  $f(x)$  и  $g(x)$  определена на всей числовой прямой и не является строго монотонной. Может ли быть, что и их сумма, и их разность строго монотонны на всей числовой прямой?

*Д. Э. Шноль*

2. Петя и Вася по очереди красят рёбра  $N$ -угольной пирамиды: Петя — в красный цвет, а Вася — в зелёный (ребро нельзя красить дважды). Начинает Петя. Выигрывает Вася, если после того, как все рёбра окрашены, из любой вершины пирамиды в любую другую вершину ведёт ломаная, состоящая из зелёных рёбер. В противном случае выигрывает Петя. Кто из игроков может действовать так, чтобы всегда выигрывать, как бы ни играл его соперник?

*А. Н. Глебов*

3. Точка  $I$  — центр вписанной окружности треугольника  $ABC$ , а  $T$  — точка касания этой окружности со стороной  $AC$ . Пусть  $P$  и  $Q$  — ортоцентры треугольников  $BAI$  и  $BCI$  соответственно. Докажите, что точки  $T$ ,  $P$ ,  $Q$  лежат на одной прямой.

*Л. А. Емельянов*

4. Возрастающая последовательность натуральных чисел  $a_1 < a_2 < \dots$  такова, что при каждом целом  $n > 100$  число  $a_n$  равно наименьшему натуральному числу, большему чем  $a_{n-1}$  и не делящемуся ни на одно из чисел  $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$ . Докажите, что в такой последовательности лишь конечное количество составных чисел.

*П. А. Кожеевников*

5. Полиция задержала 50 человек, из которых 35 — преступники, которые говорят, что захотят, а 15 — свидетели, которые всегда говорят правду. Все задержанные знают, кто преступники. Какое наименьшее число человек достаточно выбрать, чтобы, спросив потом у каждого, кто именно преступники, по ответам вычислить хотя бы одного преступника?

*А. И. Аржанцев*

6. Существует ли описанный 2021-угольник, все вершины и центр вписанной окружности которого имеют целочисленные координаты?

*М. А. Евдокимов*